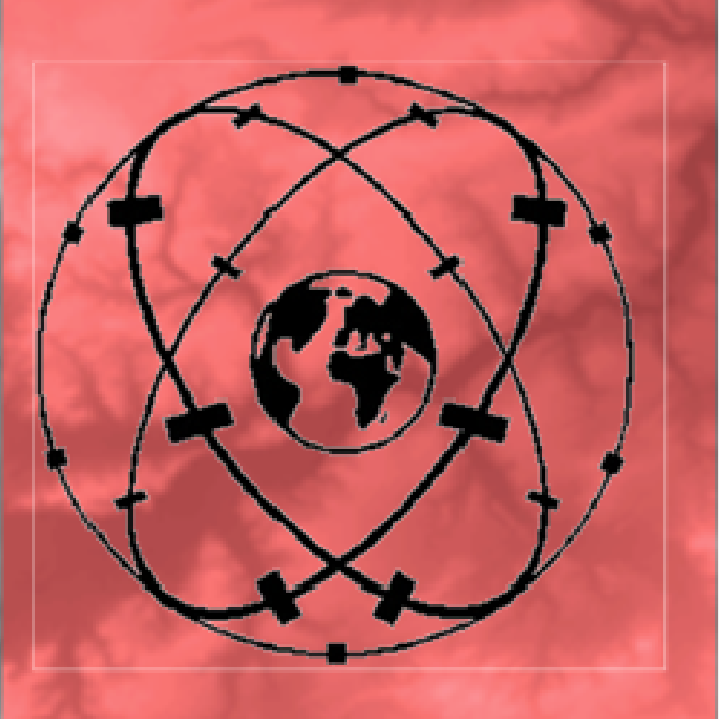


Line-of-sight Gradiometrie und ihre praktische Umsetzung im Falle von GRACE

Matthias Weigelt, Wolfgang Keller

Geodätisches Institut der Universität Stuttgart

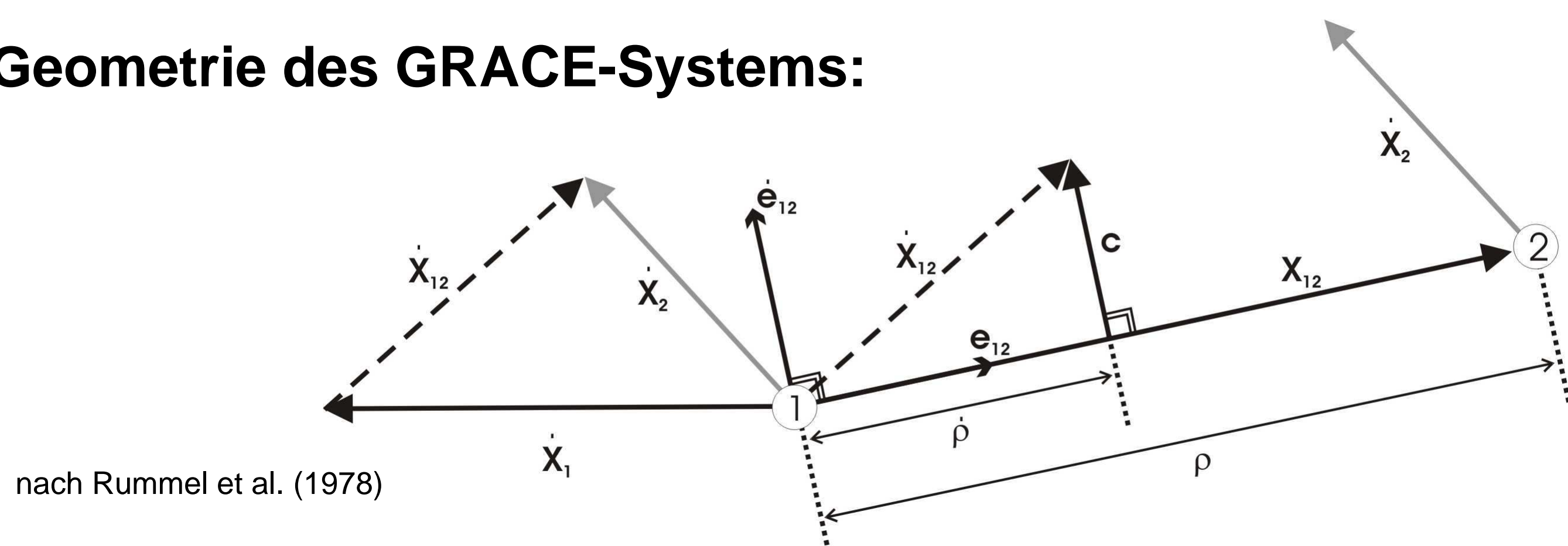
[weigelt,keller]@gis.uni-stuttgart.de



Einleitung

Kürzlich wurde gezeigt, dass die sogenannte line-of-sight (LOS) Gradiometrie erfolgreich zu Berechnung von verfeinerten lokalen Lösungen aus GRACE Daten eingesetzt werden kann (Weigelt et al., 2008). Dabei werden die beiden Satelliten als ein eindimensionaler Gradiometer in Flugrichtung aufgefasst und in-situ Beobachtung am Baryzentrum des Satellitensystems abgeleitet. Die Herausforderung dabei ist die Kombination der hochgenauen K-Band Messungen mit den weniger genauen GPS- und Akzelerometermessungen. Dieses Poster geht auf einzelne Aspekte des Ansatzes ein. Eine vereinfachte Fehlerabschätzung zeigt, die hohen Anforderungen an die Bestimmung der Relativgeschwindigkeit. Da das Sampling von Orbit und K-Band unterschiedlich ist, muss eine Orbitverdichtung kurzer Bögen mittels Bahnintegration durchgeführt werden. Die Anfangsbedingungen werden iterativ durch ein sogenanntes Schießverfahren bzw. in einem kleinsten Quadrateansatz verbessert. Weiter besitzen die Akzelerometerdaten systematische Fehler, die mit Hilfe des Beschleunigungsansatzes bestimmt und korrigiert werden können. Zwei verschiedene Modellierungen wurden untersucht.

Geometrie des GRACE-Systems:



nach Rummel et al. (1978)

Ansatz:

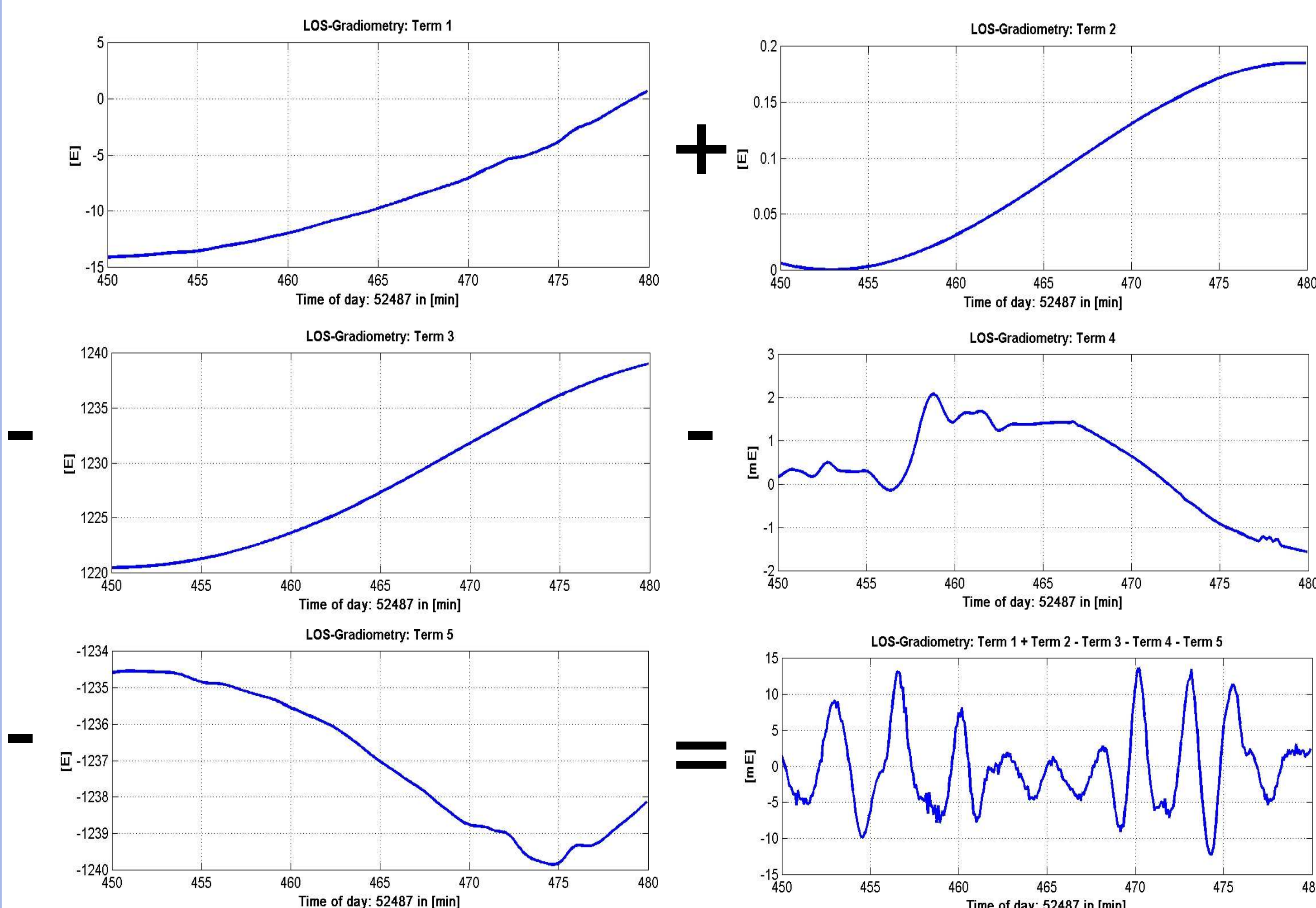
Distanzänderung: $\dot{\rho} = \dot{\mathbf{x}}_{12}^T \mathbf{e}_{12}$

Zeitliche Ableitung: $\ddot{\rho} = (\nabla V_2 - \nabla V_1)^T \mathbf{e}_{12} + \frac{1}{\rho} \left(\|\dot{\mathbf{x}}_{12}\|^2 - \dot{\rho}^2 \right)$

Schweregradient unter Berücksichtigung des Approximationsfehlers und aller bekannten gravitativen und nicht-gravitativen Kräfte:

$$\mathbf{e}_{12}^T \mathbf{G} \mathbf{e}_{12} = \frac{\ddot{\rho}}{\rho} + \frac{\dot{\rho}^2}{\rho^2} - \frac{\|\dot{\mathbf{x}}\|^2}{\rho^2} - \frac{1}{\rho} \sum_i \mathbf{g}_i^T \mathbf{e}_{12} - \frac{1}{\rho} (\nabla V_2^0 - \nabla V_1^0)^T \mathbf{e}_{12}$$

mit $\mathbf{G} = \nabla^2 (V - V_0)$, V_0 = Referenzfeld



Vereinfachte Fehlerabschätzung:

Verwendung von: $\mathbf{e}_{12}^T \mathbf{G} \mathbf{e}_{12} = \frac{\ddot{\rho}}{\rho} + \frac{\dot{\rho}^2}{\rho^2} - \frac{\|\dot{\mathbf{x}}\|^2}{\rho^2}$

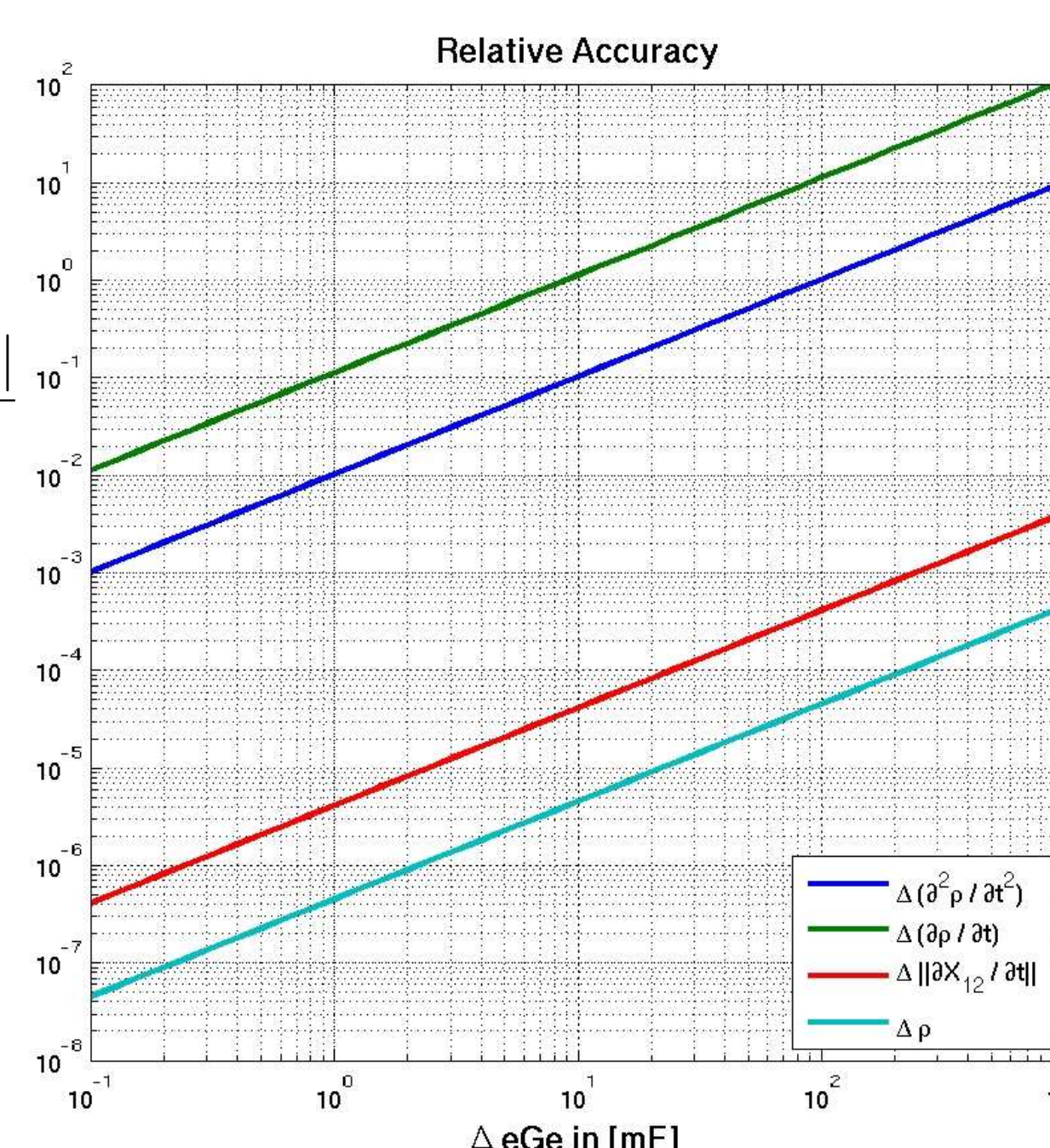
Partielle Ableitungen:

$$\frac{\partial \mathbf{e}_{12}^T \mathbf{G} \mathbf{e}_{12}}{\partial \ddot{\rho}} = \frac{1}{\rho}, \quad \frac{\partial \mathbf{e}_{12}^T \mathbf{G} \mathbf{e}_{12}}{\partial \dot{\rho}} = \frac{2\dot{\rho}}{\rho^2}, \quad \frac{\partial \mathbf{e}_{12}^T \mathbf{G} \mathbf{e}_{12}}{\partial \|\dot{\mathbf{x}}_{12}\|} = \frac{2\|\dot{\mathbf{x}}_{12}\|}{\rho^2}$$

$$\frac{\partial \mathbf{e}_{12}^T \mathbf{G} \mathbf{e}_{12}}{\partial \rho} = \sqrt{\left(\frac{\ddot{\rho}}{\rho^2}\right)^2 + \left(\frac{2\dot{\rho}^2}{\rho^3}\right)^2 + \left(\frac{2\|\dot{\mathbf{x}}_{12}\|^2}{\rho^3}\right)^2}$$

Bei einer angestrebten Genauigkeit von 1 mE:

- Distanz $\Delta \rho$ am anspruchsvollsten:
Genauigkeit: relativ 10^{-7} , absolut 1 cm
- Relativgeschwindigkeit $\|\dot{\mathbf{x}}_{12}\|$ am kritischsten:
Genauigkeit: relativ 10^{-6} , absolut 5 $\mu\text{m/s}$



Orbitverdichtung:

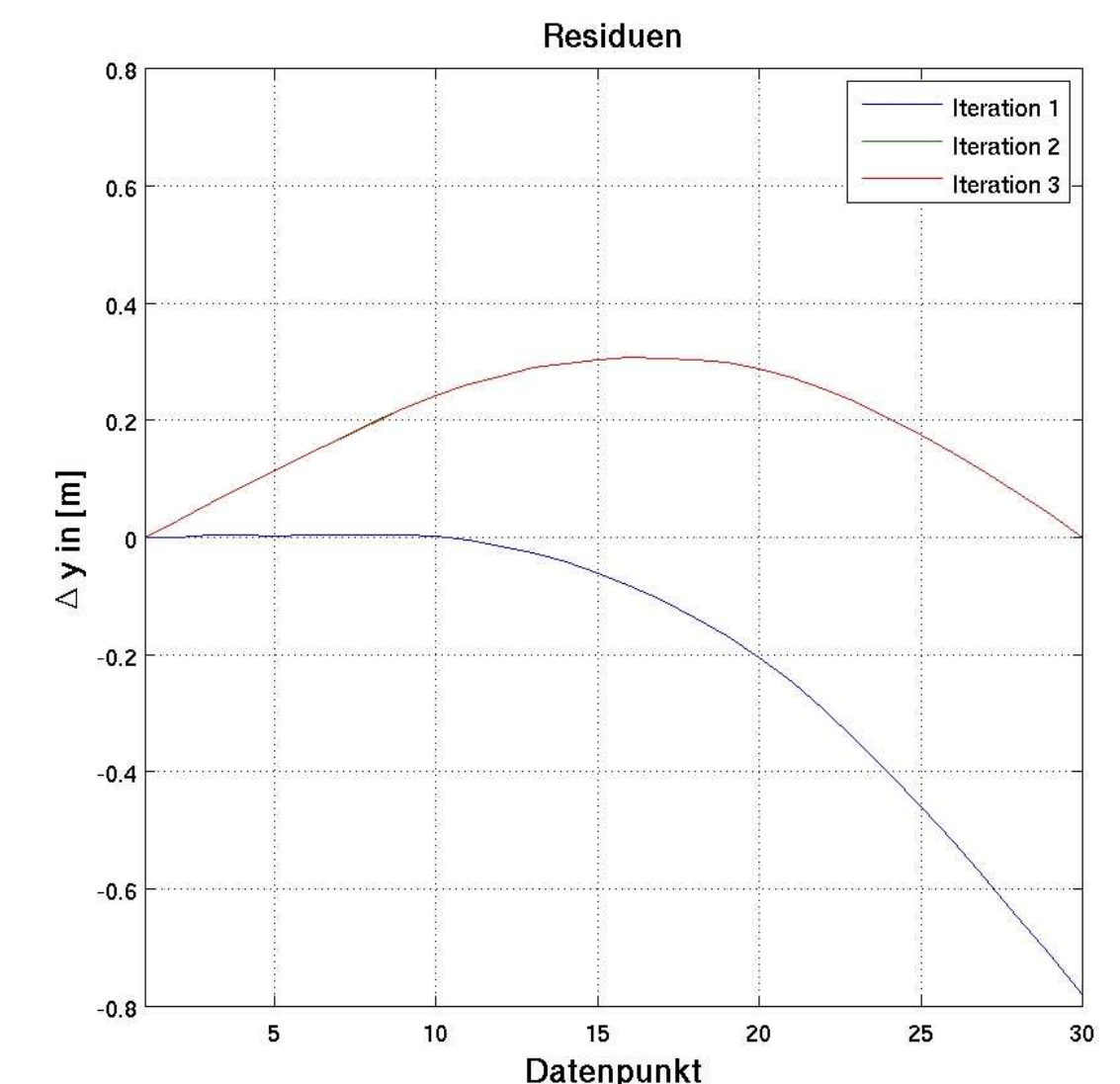
Sampling bei GPS-Positionen 60 s, bei K-Band-Messung: 5 s \rightarrow Orbitverdichtung notwendig, aber keine ausreichende Genauigkeit herkömmlicher Interpolationsverfahren

\rightarrow Orbitintegration für kurze Bögen (30 min)

\rightarrow iterative Verbesserung der Anfangsbedingungen

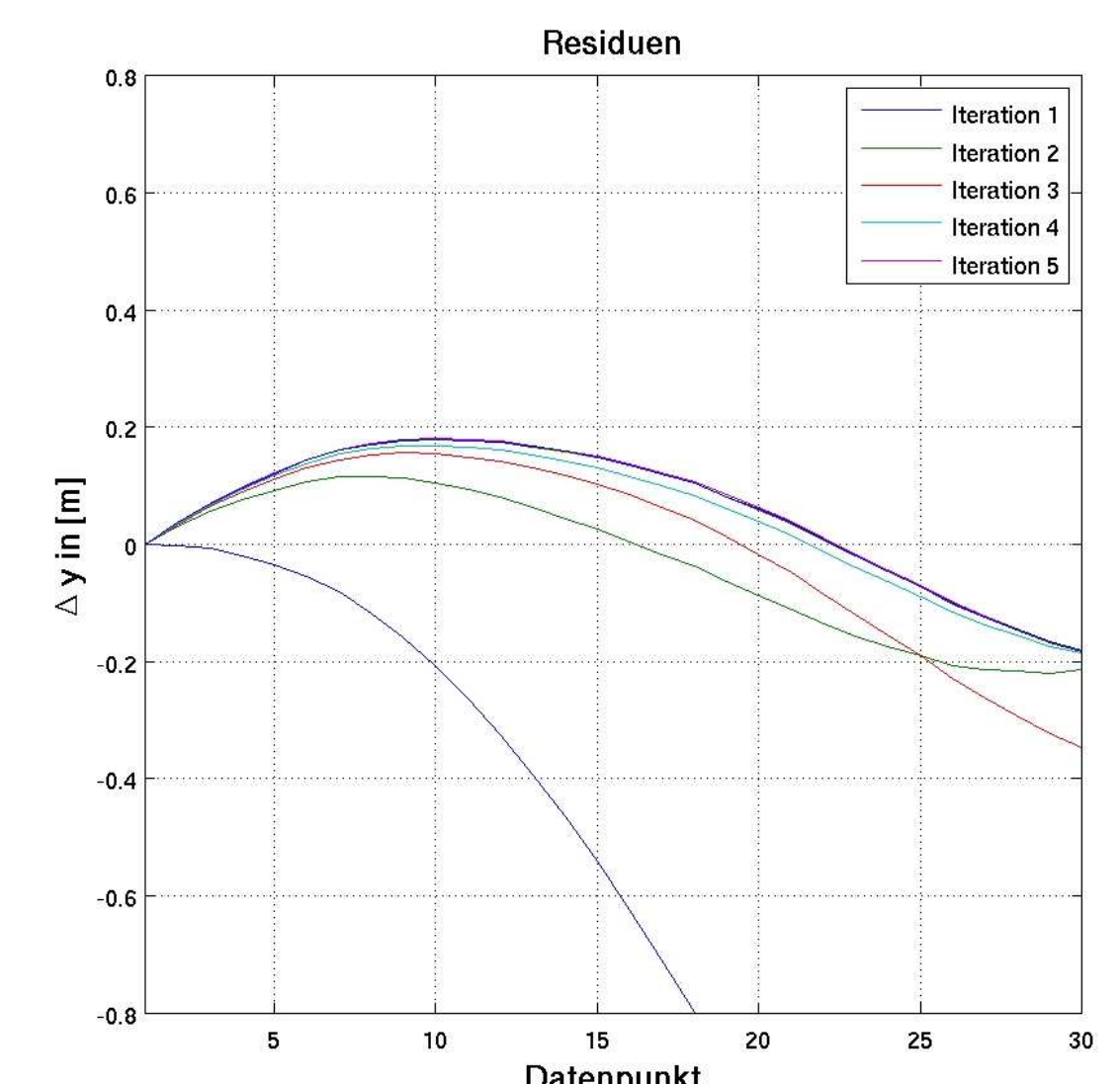
1. Schießverfahren:

- Fixierung von Anfangs- und Endposition eines Bogens
- Verbesserung der Anfangsbedingungen mittels eines nicht-linearen Löser (Levenberg - Marquardt Algorithmus)
- Vorteil: einfache Umsetzung, wenig Iterationsschritte
- Nachteil: Fortpflanzung von Fehlern in Anfangs- und Endposition



2. Kleinste-Quadrate-Ansatz:

- Verwendung der Residuen aller Positionen
- Verbesserung der Anfangsbedingungen mittels eines nicht-linearen Löser (Levenberg - Marquardt Algorithmus)
- Vorteil: besseres Fehlerverhalten, höhere Genauigkeit
- Nachteil: mehr Iterationen



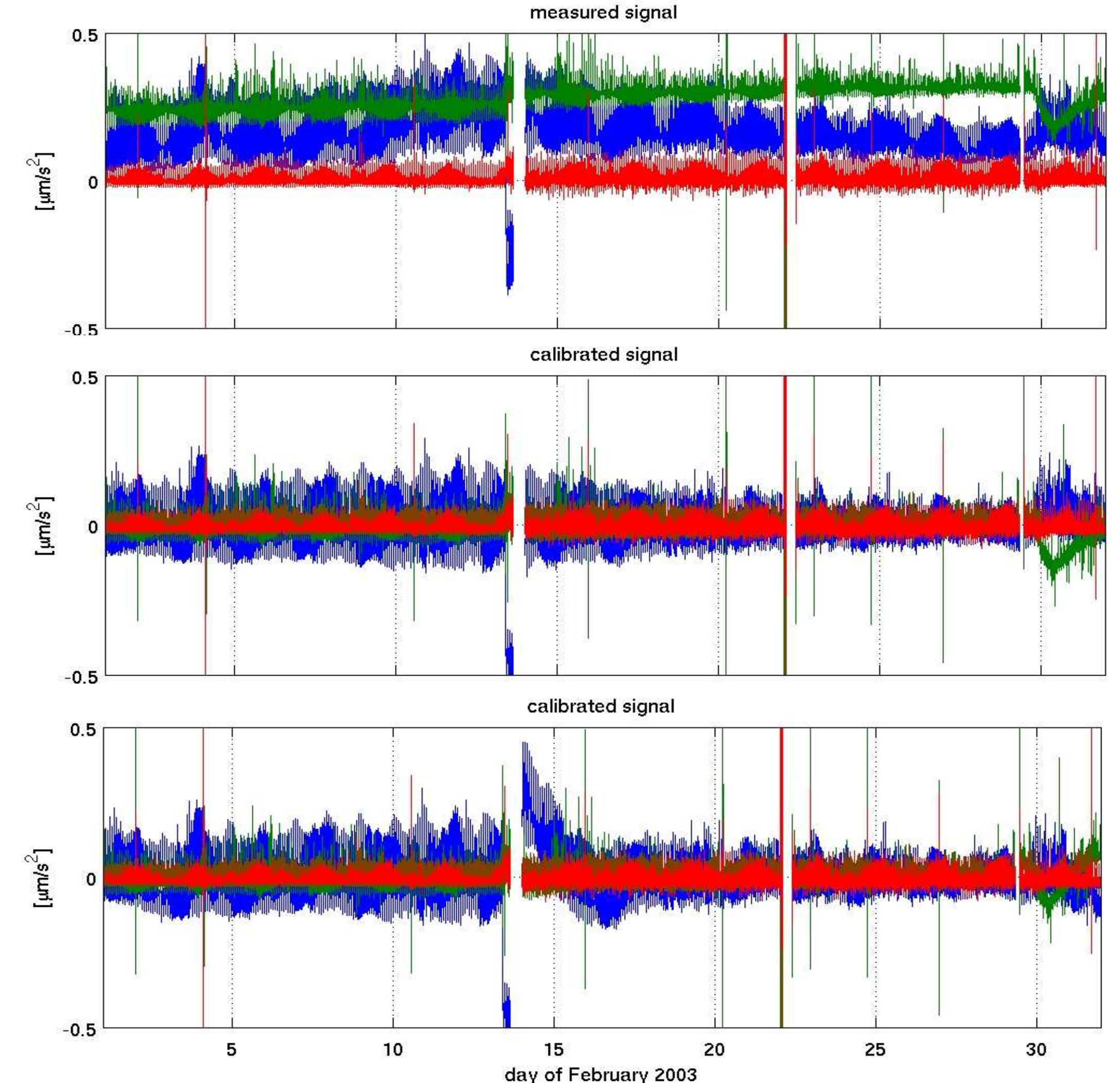
Akzelerometer-Kalibration:

Systematische Fehler in der Akzelerometermessung aufgrund von Skalierung S, Bias b, Drift d, Misalignment N

Allgemeines Fehlermodell: $\mathbf{g}_{\text{acc}} = S \mathbf{g}_{\text{acc}}^{\text{true}} + \mathbf{b} + \mathbf{d} \cdot t + N \mathbf{g}_{\text{acc}}^{\text{true}}$

Schätzung unter Vernachlässigung des Misalignments und mit Hilfe des Beschleunigungsansatzes (Reubelt et al., 2003) und eines *a priori* Schwerfeldes, e.g. EGM96

Ausgangssignal:



Schätzung 1:
1 Skalierung/Monat
1 Bias/Tag

Schätzung 2:
1 Skalierung/Monat
1 Bias/Tag
1 Drift/Tag

\rightarrow Bessere Stabilität bei Schätzung ohne Drift

Zusammenfassung:

- Relativgeschwindigkeit stellt höchste Genauigkeitsanforderungen.
- Orbitverdichtung mittels kleinsten Quadrateansatzes liefert eine höhere Genauigkeit auf Kosten eines höheren Rechenaufwandes. Eine weitere Genauigkeitssteigerung ist aber wünschenswert.
- Akzelerometerkalibration kann erfolgreich mittels des Beschleunigungsansatzes durchgeführt werden. Die Schätzung von Skalierung und Bias ist ausreichend.

Quellenangabe:

- Reubelt T., M. Götzmann, E. Grafarend, Harmonic analysis of the Earth's gravitational field from kinematic CHAMP orbits based on numerically derived satellite accelerations, 2006
- Rummel R., Ch. Reigber, K.H. Ilk, The use of satellite-to-satellite tracking for gravity recovery, 1978
- Weigelt M., M. Antoni, W. Keller, Regional gravity recovery from GRACE using position optimized radial base functions, 2008